

यूँके पाशा किसी एक फलक 1, 2, 3, 4, 5 और 6 के साथ है।

निःशेषी स्थितियों की संख्या 6 है।

i) '5' को प्राप्त करने की अनुकूल परिस्थिति सिर्फ 1 है।

∴ वांछित प्रायिकता =  $\frac{1}{6}$

ii) '4' ले अधिक संख्या प्राप्त करने की घटना की अनुकूल स्थितियों की संख्या 2 है यंत्र- 5 और 6.

∴ वांछित प्रायिकता =  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

iii) सम संख्या प्राप्त करने की अनुकूल स्थितियाँ हैं 2, 4 और 6 यंत्र- कुल 3

∴ वांछित प्रायिकता =  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

2. एक अकेले उद्घाटन में दो समान पाशों के साथ प्रायिकता ज्ञात करें।  
 फेंकने की (i) पाँच (ii) आठ

∴ एक अकेले उद्घाटन में दो पाशों के साथ निःशेषी स्थितियों की संख्या है  $6^2 = 36$

'5' का योग दो पाशों पर निम्नलिखित प्रकार से प्राप्त किया जा सकता है

(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2) यंत्र- कुल 4 स्थितियाँ

पहली और दूसरी संख्या पहले और दूसरे पाशों पर कोई संख्या है।

∴ वांछित प्रायिकता =  $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

दो पाशों पर 8 योग प्राप्त करने की घटना की अनुकूल स्थितियाँ हैं :  
 (2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4) यंत्र- कुल 5 प्रत्येक स्थितियाँ

∴ वांछित प्रायिकता =  $\frac{5}{36}$

$$nC_0 + nC_1 + nC_2 + \dots + nC_n = 2^n \quad \text{--- (12.11)}$$

### 12.5 जणितीय या शास्त्रीय या 'तर्कपूर्ण' प्रायिकता

**परिभाषा :-** अगर एक दैव परीक्षण  $N$  निःश्रेणी, परस्पर अपवर्जी और सम प्रायिक (स्वतंत्र) परिणामों में निम्न में का एक घटना  $A$  के घटित होने के अनुकूल है, तब  $A$  के घटित होने की प्रायिकता, संयोजक  $P(A)$  से द्योतित की जाती है:

$$P(A) = \frac{A \text{ की स्थितियों के अनुकूल संख्या}}{\text{स्थितियों की निःश्रेणी संख्या}} = \frac{m}{N} \quad \text{--- (12.12)}$$

यह परिभाषा जेम्स बरनामी द्वारा दी जाती है जो पहले व्यक्ति के अनिश्चितता के संख्यात्मक माप प्राप्त करने का।

**उदाहरण 1.** स्पष्टतः, पूरक  $\bar{A}$  के अनुकूल स्थितियों की संख्या इ.ए. घटना  $A$  के नहीं घटित की  $(N-m)$  है और इसलिए परिभाषा के अनुसार,  $\bar{A}$  के नहीं घटित होने की प्रायिकता दी जाती है:

$$P(\bar{A}) = \frac{\bar{A} \text{ की अनुकूल स्थितियों की संख्या}}{\text{निःश्रेणी स्थितियों की संख्या}} = \frac{N-m}{N} = 1 - \frac{m}{N}$$

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad \text{--- (12.13)} \Rightarrow P(A) + P(\bar{A}) = 1 \quad \text{--- (12.14)}$$

2. चूंकि  $m$  और  $N$  और-वृणात्मक पूर्णांक हैं;  $P(A) \geq 0$ । साथ, चूंकि  $A$  की अनुकूल स्थितियों की संख्या हमेशा कमतर या बराबर होती है कुल स्थितियों  $N$  का, इ.ए.  $m \leq N$ , हमें  $P(A) \leq 1$ । इसलिए किसी घटना की प्रायिकता एक संख्या है जो 0 और 1 के बीच पड़ती है इ.ए.

$$0 \leq P(A) \leq 1, \quad \text{--- (12.15)}$$

किसी घटना  $A$  के लिए, अगर  $P(A) = 0$ , तब  $A$  असंभव घटना या रिक्त समुच्चय कहलाती है। अगर  $P(A) = 1$ , तब  $A$  एक निश्चित घटना कहलाती है।  $q$  की प्रायिकता इ.ए.  $P(A)$  की सफलता की

3. घटना  $A$  के घटने की प्रायिकता  $p$  मिली जाती है और  $A$  के नहीं घटित होने की प्रायिकता, इ.ए.  $P(\bar{A})$  असफलता की प्रायिकता होती है, जो सामान्यतः  $q$  से द्योतित होती है। इस तरह, (12.13) और (12.14) से, हम पाते हैं:

$$q = 1 - p \Rightarrow p + q = 1 \quad \text{--- (12.16)}$$



4. उपर्युक्त परिभाषा के अनुसार, एक अनजिनत सिक्के के फ्लॉप की प्रायिकता  $\frac{1}{2}$  है। चूंकि दो निःश्रेणी स्थितियाँ (सिक्के के फ्लॉप और सिक्के अपने सिंगारे पर खड़ा नहीं हो सकता), परस्पर अपरिहार्य समप्रामाणिक स्थितियाँ हैं और एक अनुकूल है निम्न पात्रों के एक पात्र रवीन्द्र में अच्छी तरह फेंके गये ताब्रा की गूड़ी है, एक पात्र की प्रायिकता है  $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{1.414} \approx \frac{1}{1.4}$ । इस तरह, प्रायिकता की श्रास्त्रीय में सख्ति वास्तविक प्रयोग वांछित नहीं है रं-ए. प्रायोगिक आवश्यकता नहीं है इसकी गणना में, ना ही यह पिछले अनुभवों से आधारित है। यह हमें समझ बनाता है प्रायिकता प्राप्त करने के लिए विवेचन द्वारा किसी वास्तविक परीक्षण को काल से पहले इसलिए यह तर्कयुक्त (rational) या सैद्धांतिक या गणितीय नहीं कहलाती है।

**5. सीमाएँ (Limitations) :-** शास्त्रीय प्रायिकता की कमियाँ हैं और निम्नलिखित परिस्थितियों में यह चुक जाता है

- (i) अगर N, एक पैर प्रयोग का निःश्रेणी संख्याओं के परिमाण निःश्रेणी संख्याओं असीमित है।
- (ii) अगर एक पैर प्रयोग के विभिन्न परिणाम समप्रामाणिक उदाहरण के लिए, अगर एक आदमी कुतुब मीना के शीर्ष से कूदता है तब इसके जीवित बचने की प्रायिकता 50% नहीं होगी, चूंकि स्थिति में दो परस्पर अपरिहार्य और निःश्रेणी परिणाम, विरुद्ध और मृत्यु समप्रामाणिक नहीं है।
- (iii) अगर N का वास्तविक मूल्य पता नहीं है, मान लें एक पात्र में दो रंगों के कुछ गेंदें हैं, कहे लाल और सफेद, उनमें से अज्ञात है। अगर हम पात्र से गेंदें निकालें, तब हम कोई चयन कर सकते हैं। पात्र में लाल के सफेद गेंदों का अनुपात/बस प्रयोग के अभाव में (जो शास्त्रीय प्रायिकता की स्थिति में है), हम निष्कर्ष नहीं निकाल सकते हैं, सार्विकीय या क्षत्रीय प्रायिकता विवेचना हमने नीचे की है।

**12.6. सैद्धांतिक या प्रयोगसिद्ध प्रायिकता (Statistical or Empirical Probability)**

(खान भाइनेज) :- अगर एक प्रयोग अपरिहार्य समांगी और समरूप स्थितियों में पुनः पुनः क्रियात्मक तब एक घटना के घटित होने की संख्या का अनुपात परीक्षण के अनुपात का सीमा मूल्य (limiting value) के रूप में परिभाषित है।