

(ii) प्रायिकता है कि कौनों दो एक सेक्टर लेंगे का प्रायिकता का परिमाण है

$$P = P[\text{एक सेक्टर, एक सेक्टर, दूसरी}] + P[\text{एक सेक्टर, एक सेक्टर, 1 सेक्टर}]$$

$$+ P[\text{एक सेक्टर, 2 सेक्टर, 1 सेक्टर}]$$

$$= \frac{10 \times 30 \times 60}{10 \times 10} + \frac{10 \times 30 \times 60}{10 \times 10} + \frac{10 \times 30}{10 \times 10}$$

$$= \frac{1}{20} [7 \times 3 \times \frac{60}{2} + 1 \times 3 \times 6 + 3 \times 1]$$

$$= \frac{1}{20} [63 + 18 + 3] = \frac{84}{20} = \frac{21}{5} = 0.5068$$

उदाहरण 12-18. एक बिक्री में दो तरह की साइरी हैं एक पुराना (बिना मरगा है) प्रायिकता ज्ञात करें कि यह मरगा बूँट है या एक ठोस बूँट साइरी है।

हल :- मान लें कि A घोषित करती है कि यह बिना की मरगा साइरी है B घोषित करती है एक साइरी को खनिम की मरगा या पुराना की साइरी है। तब हमें है,

$$P(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} \quad \text{और} \quad P(B) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \quad \text{और हमें है } P(A \cup B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{13} - P(A \cap B) \quad \dots (x)$$

सिर्फ एक ही बिना मरगा मरगा है चरणा A ∩ B का परिमाण है कि साइरी है। इसलिए $P(A \cap B) = \frac{1}{52}$

(x) में प्रतिस्थापित करवा पाते हैं।

$$P(A \cup B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{13} - \frac{1}{52} = \frac{13 + 4 - 1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

उदाहरण 12-19. ज्ञात P(A)=0.4, P(B)=0.7 और P(A और B का का ही का (क) = 0.8, ज्ञात करें P(A और B का सिर्फ एक). [आइसोपी जेम्स एच (अप्टर), वि. 1998]

हल :- हमें दिया गया है: P(A)=0.4; P(B)=0.7 और P(A ∪ B)=0.8 चरणा 'A और B का सिर्फ एक' घटित हो सकती है निम्नलिखित परस्पर असंयुक्त तरीकों से:

- (i) A और B नहीं है: $\bar{A} \cap \bar{B}$ (ii) A नहीं और B है: $\bar{A} \cap B$

इसलिए वांछित प्रायिकता ही जाती है:

$$P = P[\text{A और B का सिर्फ एक}]$$

$$= P(i) + P(ii) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B)$$

$$= P(B) - P(A \cap B) + P(A) - P(A \cap B)$$

$$= 0.7 + 0.4 - 2P(A \cap B) \quad \dots (x-x)$$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.4 + 0.7 - 0.6 = 0.3$ (Ans)
 Ex) में जो सम्प्रति पर, सो ही है: $p = 0.7 + 0.4 - 2 \times 0.3 = 0.5$

Sol: $\Rightarrow P[A \text{ और } B \text{ का सिर्फ एक}] = P[A \text{ और } B \text{ का कोई एक}] - P[\text{दोनों } A \text{ और } B]$
 $= P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.8 - 0.3 = 0.5$

उदाहरण 12.20

दो सम्प्रतिक, निःशेषी और स्वतंत्र घटनाएँ A और B के लिए, $P(AB)$ है :
 (i) 0 (ii) 0.25 (iii) 0.50 (iv) 1

जाड़े 1 जो सख् 0 र 0 (सख्), जुन 1999

हल: चूंकि A और B सम्प्रतिक है,
 $\therefore P(A) = P(B) = p$ (कहें) --- (i)
 चूंकि, चूंकि A और B निःशेषी घटनाएँ हैं,
 $\therefore P(A) + P(B) = 1 \Rightarrow p + p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{2}$
 $\therefore P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$
 चूंकि A और B स्वतंत्र हैं, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0.25$
 \therefore (ii) ही विकल्प है

उदाहरण 12.21

:- मान लें A और B दो, संभाव्य परिणाम हैं एक प्रयोग का और मानें
 $P(A) = 0.4$ और $P(A \cup B) = 0.7$ और $P(B) = p$
 (i) p के लिए युक्तान के लिए A और B परस्पर अपवर्जक हैं?
 (ii) p के लिए युक्तान के लिए A और B स्वतंत्र हैं?

हल: - (i) हमें $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $\therefore P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.4 + p - 0.7 = p - 0.3$
 चूंकि A और B परस्पर अपवर्जक हैं, तब
 $P(A \cap B) = 0 \Rightarrow p - 0.3 = 0 \Rightarrow p = 0.3$

(ii) A और B स्वतंत्र हैं सिर्फ और सिर्फ तब $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
 $\Rightarrow p - 0.3 = (0.4) \times p \Rightarrow (1 - 0.4)p = 0.3$
 $\Rightarrow 0.6p = 0.3 \Rightarrow p = \frac{0.3}{0.6} = 0.5$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
 $P(A|B) = \frac{0.02}{0.05} = 0.4$
 $P(A|B) = 0.4$
 $P(A|B) = 1 - P(\bar{A}|B) = 1 - P(\bar{A} \cap B) = 1 - 0.03 = 0.7$
 $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.2 + 0.05 - 0.1 = 0.15$

Q. 10 $P(A) = 0.3, P(B) = 0.4, P(A \cap B) = 0.12$
 Find $P(A|B)$ and $P(B|A)$.
 $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.12}{0.4} = 0.3$
 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.12}{0.3} = 0.4$
 $P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0.48}{0.6} = 0.8$
 $P(\bar{A}|\bar{B}) = 1 - P(A|B) = 1 - 0.3 = 0.7$
 $P(\bar{A}|\bar{B}) = 0.8$

Q. 11 $P(A) = 0.2, P(B) = 0.3, P(A \cap B) = 0.1$
 Find $P(A|B)$ and $P(B|A)$.
 $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{0.3} = \frac{1}{3}$
 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.1}{0.2} = \frac{1}{2}$
Q. 12 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.5, P(A \cap B) = 0.2$
 Find $P(A|B)$ and $P(B|A)$.
 $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.2}{0.5} = 0.4$
 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.2}{0.4} = 0.5$

(v) प्राणिकता P कि 25 वर्षों बाद कम से कम आगे एक जीवित रहेगा है

$$P = 1 - P(\text{कोई जीवित नहीं रहेगा}) = 1 - 0.42 = 0.58$$

उदाहरण 12.24 :- प्राणिकता कि एक बीकेंदार नालकारी बीका प्राप्त होगा वह है और प्राणिकता कि वह इलेक्ट्रिक बीका पायेगा है 5/9. अगर कम से कम एक बीका पाने की प्राणिकता 4/5 है, क्या प्राणिकता है कि दोनों बीका प्राप्त कौंसा?

हल :- माना कि A जोर B घटनाओं को द्योतित करता है कि बीकेंदार नालकारी बीका प्राप्त और इलेक्ट्रिक बीका पायेगा तब हों दिया गया है:

$$P(A) = \frac{2}{3} ; P(B) = \frac{5}{9} \Rightarrow P(B) = 1 - P(\bar{B}) = \frac{4}{9}$$

और $P(A \cup B) =$ प्राणिकता कि बीकेंदार कम से कम एक बीका पायेगा = 4/5

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{5} \quad (\text{प्राणिकता के जोड़ाने के प्रमेय से})$$

$$\therefore \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - P(A \cap B) = \frac{4}{5} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{5} = \frac{30+20-36}{45} = \frac{14}{45}$$

इसलिए, प्राणिकता कि बीकेंदार दोनों बीका प्राप्त करता है 14/45.

उदाहरण 12.25 :- दो घटकों A और B को संरिखी का एक प्रश्न दिया जाता है। A के संरिखी में विषयता प्रश्न को हल करने की संख्या है और B के विरुद्ध प्रश्नों को हल करने की संख्या 10 है। अगर दोनों A और B प्रयास करते हैं, प्राणिकता ज्ञात करें प्रश्न के सफल हल होने का।

[दिल्ली विश्वविद्यालय (आर.सी.), 2000]

हल :- इस घटना को परिभाषित करें:

E_1 : A प्रश्न का समाधान करता है; E_2 : B प्रश्न का समाधान करता है

तब हों दिया जाता है:

$$P(E_1) = \frac{6}{6+9} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \quad \text{और} \quad P(E_2) = \frac{10}{10+12} = \frac{5}{11} \quad \dots (i)$$

परिकल्पना कि A और B प्रश्न का समाधान की कोशिश स्वतंत्र रूप से करता है, E_1 और E_2 स्वतंत्र है

$$\therefore P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2) = \frac{2}{5} \times \frac{5}{11} = \frac{2}{11} \quad \dots (ii)$$

प्रश्न का हल मिल जायेगा कि कम से कम एक घटक A और B प्रश्न का हल होगा

इसलिए, प्रश्न के सफल होने की प्राणिकता ही जाती है:

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) \rightarrow (i) \text{ और } (ii) \text{ से}$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{5}{11} - \frac{2}{11} = \frac{22+25-10}{55} = \frac{37}{55} = 0.673$$