

या $P(E_1 \cup E_2) = 1 - P(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2) = 1 - P(\bar{E}_1) \cdot P(\bar{E}_2)$
 $[\because E_1 \text{ और } E_2 \text{ स्वतंत्र हैं }]$
 $= 1 - (1 - \frac{3}{5})(1 - \frac{5}{11}) = 1 - \frac{3}{5} \times \frac{6}{11} = \frac{37}{55}$

उदाहरण 12-25. संरक्षिकी का एक प्रश्न तीन दारों A, B और C को दिया जाता है जहाँ प्रत्येक जिसके दारों की संभावना $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{5}$ हैं। प्रायिकता ज्ञात करें कि प्रश्न हम से जायेगा अगर वे हमारी स्वसंग्रह (यदि प्रयास करते हैं)।

हल :- माना कि E_1, E_2 और E_3 दारवालों को घोलित करता है कि प्रश्न हमसे A, B और C द्वारा हम किना जाता है। तब हमें है,

$$P(E_1) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(\bar{E}_1) = 1 - P(E_1) = \frac{2}{3}$$

$$P(E_2) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(\bar{E}_2) = 1 - P(E_2) = \frac{3}{4}$$

$$P(E_3) = \frac{1}{5} \Rightarrow P(\bar{E}_3) = 1 - P(E_3) = \frac{4}{5}$$

प्रश्न हम से जायेगा अगर उन तीनों में से कोई एक इस दारवालों में लगने देता है। इसलिए, वांछित प्रायिकता कि प्रश्न हम से जायेगा दिया जाता है :

$$P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = 1 - P(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \bar{E}_3) = 1 - P(\bar{E}_1) \cdot P(\bar{E}_2) \cdot P(\bar{E}_3)$$

$[\because \text{संरक्षिकी प्रश्न द्वारा चूँकि } E_1, E_2 \text{ और } E_3 \text{ स्वतंत्र हैं }]$

$$= 1 - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

उदाहरण 12-27. प्रायिकता ज्ञात करें कि उद्घाटन की कम से कम दो उद्घाटन में एक प्रवेश पाके के साथ।

हल :- मान लें $E_i (i=1, 2, \dots, 6)$ घोलित करता है एक दरवाजा i यात्राकर्ता की 200 उद्घाटन में। तब,

$$P(E_i) = \frac{1}{6} \Rightarrow P(\bar{E}_i) = \frac{5}{6} \quad (i=1, 2, \dots, 6)$$

अतः प्रायिकता कि कम से कम एक दरवाजा उद्घाटन में एक प्रवेश पाके के साथ।

$$P(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup E_4 \cup E_5 \cup E_6) = 1 - P(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \bar{E}_3 \cap \bar{E}_4 \cap \bar{E}_5 \cap \bar{E}_6)$$

$$= 1 - P(\bar{E}_1) \cdot P(\bar{E}_2) \cdot P(\bar{E}_3) \cdot P(\bar{E}_4) \cdot P(\bar{E}_5) \cdot P(\bar{E}_6)$$

$[\because E_1, E_2, \dots, E_6 \text{ और } \bar{E}_1, \bar{E}_2, \dots, \bar{E}_6 \text{ स्वतंत्र हैं }]$
 चूँकि प्रश्न की उद्घाटन स्वतंत्र है

$$= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^6$$

उदाहरण 12-28. एक कारखाने में दो प्रकार के बल्बों का उत्पादन किया जाता है। एक प्रकार के बल्बों का उत्पादन 30% और दूसरे प्रकार के बल्बों का उत्पादन 70% किया जाता है। एक बल्ब को यादृच्छिक रूप से चुना जाता है।

हल: - एक कारखाने में दो प्रकार के बल्बों का उत्पादन किया जाता है।
 E_1 : 30% बल्बों का उत्पादन है ; E_2 : 70% बल्बों का उत्पादन है।
 तो \bar{E}_1 और \bar{E}_2 इस प्रकार के बल्बों का उत्पादन नहीं है।
 $P(E_1) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} \Rightarrow P(\bar{E}_1) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$; $P(E_2) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$
 $\Rightarrow P(\bar{E}_2) = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$

दिया है कि A और B एक बल्ब को यादृच्छिक रूप से चुना जाता है। एक बल्ब को चुना जाता है।

- (i) A बल्ब का उत्पादन है और B बल्ब का उत्पादन है। $E_1 \cap E_2$ घटना है।
- (ii) A बल्ब का उत्पादन है और B बल्ब का उत्पादन नहीं है। $E_1 \cap \bar{E}_2$ घटना है।

इसलिए प्रायिकता के योगफल प्रमेय से:

$$P(E) = P(i) + P(ii) = P(E_1 \cap E_2) + P(E_1 \cap \bar{E}_2)$$

$$= P(E_1) \cdot P(E_2) + P(E_1) \cdot P(\bar{E}_2)$$
 [यादृच्छिक प्रायिकता प्रमेय है, यदि E_1 और E_2 स्वतंत्र हैं]

$\therefore P(E) = \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} + \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{21+9}{100} = \frac{30}{100} = 0.3$

इसलिए, A और B स्वतंत्र कार्य हैं एक बल्ब को यादृच्छिक रूप से चुना जाता है।

उदाहरण 12-29. तीन समूहों के बच्चों में क्रमशः 3 लड़कियाँ और 1 लड़का; 2 लड़कियाँ और 2 लड़के; 1 लड़की और 3 लड़के। एक बच्चा प्रत्येक समूह से यादृच्छिक रूप से चुना जाता है। इससे कि संभावना कि तीन चुने गए बच्चों में 1 लड़का और 2 लड़कियाँ हैं है $13/32$ ।

हल: - मान लें कि B_1, B_2, B_3 घटनाएँ हैं एक लड़के को चुनने का क्रमशः 1, 2 और 3 समूह से और G_1, G_2, G_3 घटनाएँ हैं एक लड़की को चुनने का क्रमशः 1, 2 और 3 समूह से, तब

$P(B_1) = \frac{1}{4}$, $P(B_2) = \frac{2}{4}$, $P(B_3) = \frac{3}{4}$; और $P(G_1) = \frac{3}{4}$,
 $P(G_2) = \frac{2}{4}$; $P(G_3) = \frac{1}{4}$

...
 ...
 ...
 ...
 ...

...

$$P = P(\bar{A}) + P(\bar{B}) + P(\bar{C})$$

$$= P(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}) + P(\bar{A}, \bar{B}, C) + P(\bar{A}, B, \bar{C}) + P(\bar{A}, B, C) + P(A, \bar{B}, \bar{C}) + P(A, \bar{B}, C) + P(A, B, \bar{C}) + P(A, B, C)$$

...

$$= \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{12+4+4}{16} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$$

Ex 12.30

...
 ...
 ...
 ...

:- ...

- A : ...
- B : ...

$$P(A) = 0.60 \text{ and } P(B) = 0.50$$

...

$$P(A \cup B) = 0.70$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = 0.7$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.7$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 0.7 = 0.6 + 0.5 - 0.7 = 0.4$$

[Faint handwritten text at the top of the page, possibly a title or introductory notes.]

- (i) ...
 - (ii) ...
 - (iii) ...
 - (iv) ...
- [Example of Probability, 1998]*

उदा :- एक निम्नलिखित बटारों को परीक्षण करें :

- A : बटार का अंक 27 होता है
- B : बटार के अंक 18 या 12 होते हैं
- C : बटार का अंक 18 या 12 या 9 या 6 होता है

बटारों में कुल 125 हैं :

$$P(A) = \frac{27+20+18+10}{125} = \frac{75}{125} = \frac{3}{5}; P(B) = \frac{27+18+18+12}{125} = \frac{75}{125} = \frac{3}{5}$$

$$P(C) = \frac{18+12+9+6}{125} = \frac{45}{125} = \frac{9}{25}$$

$$P(A \cap B) = P[\text{बटार का अंक 27 और 18 या 12 होता है}] = \frac{27+18}{125} = \frac{45}{125} = \frac{9}{25}$$

$$P(B \cap C) = P[\text{बटार का अंक 18 या 12 और 18 या 12 या 9 या 6 होता है}] = \frac{18+12}{125} = \frac{30}{125} = \frac{6}{25}$$

$$P(A \cap B \cap C) = P[\text{बटार का अंक 27 और 18 या 12 और 18 या 12 या 9 या 6 होता है}] = \frac{27}{125}$$

(i) ~~दिए गए प्रायिकता~~ = $P(A) = \frac{3}{5} = 0.6$

(ii) ~~दिए गए प्रायिकता~~ $P(A|B \cap C) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(B \cap C)} = \frac{18/125}{30/125} = \frac{3}{5} = 0.6$

(iii) ~~दिए गए प्रायिकता~~ $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{45/125}{75/125} = \frac{3}{5} = 0.6$

(iv) ~~दिए गए प्रायिकता~~ $P(A \cap B) = \frac{9}{25}$ और $P(A) \times P(B) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

~~चूँकि~~ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, A और B ~~स्वतंत्र~~ (गुणित रूप में) हैं।