

9.4.1 प्रतीपगमन गुणांकों पर प्रमेय :

प्रमेय 9.1 : सह-संबंध गुणांक r और प्रतीपगमन गुणांकों के बीच संबंध

$$r^2 = b_{yx} \cdot b_{xy} \quad (9.33)$$

प्रमाण (Proof) :- हमें, $b_{yx} = \frac{\text{Cov.}(x,y)}{s_x^2} = r \cdot \frac{s_y}{s_x}$

$$\text{और } b_{xy} = \frac{\text{Cov.}(x,y)}{s_y^2} = r \cdot \frac{s_x}{s_y}$$

(9.34) और (9.35) को गुणा करने पर, हम पाते हैं

$$r^2 = b_{yx} \cdot b_{xy} \Rightarrow r = \pm \sqrt{b_{yx} \cdot b_{xy}}$$

जो परिणाम को स्थापित करती है।

टिप्पणी :- कोष्ठों के पहलू निम्न जाने वाला चिन्ह व प्रतीपगमन गुणांक का। अगर प्रतीपगमन गुणांक b_{yx} (9.36) में धनात्मक चिन्ह लेते हैं और अगर प्रतीपगमन गुणांक b_{xy} (9.36) में ऋणात्मक चिन्ह लेते हैं

प्रमेय 9.2 : अगर प्रतीपगमन गुणांकों में से एक से बड़ी है, तो दूसरे को निश्चित रूप से 1 से कम

प्रमेय 9.3 :- प्रतीपगमन गुणांकों के मापों के बीच सह संबंध गुणांक के मापों के बीच से अधिक

$$\text{इं.ए. } \frac{1}{2} [|b_{yx}| + |b_{xy}|] > |r|$$

प्रतीप क.प :- प्रतीपमान गुणोंक मूलबिन्दु के परिवर्तन के लिये परन्तु मापक्रम से नहीं।
 9. संकेताक्षरों में, अगर एक x और y को माने - तब प्रतीप क.प में स्वतंत्रित को मूल-बिन्दु को मापक्रम के परिवर्तन द्वारा,
 वर,

$$u = \frac{x-a}{h}, \quad v = \frac{y-b}{k},$$
 जहाँ $a, b, h(>0)$ और $k(>0)$ क्रमशः

तब $b_{yx} = \frac{k}{h} b_{vu}$ और $b_{xy} = \frac{h}{k} b_{uv}$ ----- (9.39)

विशेष रूप से अगर हमें $h=k=1$, इ.ए. x और y चार को स्वतंत्रित करे u और v में संबंध द्वारा:

$u = x-a$ और $v = y-b$ ----- (9.40)

इ.ए. सिर्फ मूल-बिन्दु के परिवर्तन द्वारा, अब (9.39) से हम पाते हैं

$b_{xy} = b_{uv} = \frac{\sum uv^2 - (\sum u)(\sum v)}{\sum u^2 - (\sum u)^2}$ ----- (9.40a) और

$b_{yx} = b_{vu} = \frac{\sum uv^2 - (\sum u)(\sum v)}{\sum v^2 - (\sum v)^2}$ ----- (9.40b)

ये सूत्र बहुत उपयोगी हैं प्रतीपमान की रेषा का समीकरण प्राप्त करने में और माध्य मूल्य x और y चिह्न में होते हैं या अगर x और y के मूल्य बड़े हैं।

✓ उदाहरण - 9.1. निम्नलिखित सङ्क से, दो प्रतीपमान समीकरण प्राप्त करें:

विक्री : 91 97 108 121 67 124 51 73 111 57
 खरीद : 71 75 69 97 70 91 39 61 80 47

हल : मान लें हमलोग विक्री को चार x से और खरीद को चार y से द्योतित करते हैं:

x	y	$dx = x - \bar{x}$	$dy = y - \bar{y}$	dx^2	dy^2	$dx dy$
91	71	1	1	1	1	1
97	75	7	5	49	25	35
108	69	18	-1	324	1	-18
121	97	31	27	961	729	837
67	70	-23	0	529	0	0
124	91	34	21	1156	441	714

यहाँ, $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{320}{10} = 32$ और $\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{330}{10} = 33$

(a) प्रतिपमान गुणांक :

\bar{y} का x पर प्रतिपमान का गुणांक दिया जाता है :

$$b_{yx} = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sum(x-\bar{x})^2} = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

इस तरह से, x का y पर प्रतिपमान का गुणांक b_{xy} है :

$$b_{xy} = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sum(y-\bar{y})^2} = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum y^2 - n\bar{y}^2}$$

(b)

x का y पर प्रतिपमान का रैखिक समीकरण है : $y - \bar{y} = b_{yx}(x - \bar{x})$

$$x - \bar{x} = b_{xy}(y - \bar{y})$$

$$\Rightarrow x - 32 = -0.2332(y - 33)$$

$$= -0.2332y + 0.2332 \times 33$$

$$= -0.2332y - 2.5306$$

$$\Rightarrow x = -0.2332y - 32 + 2.8206$$

$$\Rightarrow x = -0.2332y + 40.8806$$

$$y - 33 = -0.6643(x - 32)$$

$$\Rightarrow y = -0.6643x + 38 - 0$$

$$= -0.6643x + 38 - 2$$

$$\Rightarrow y = -0.6643x + 59.2576$$

(c) रैखिक-संबंध गुणांक : है,

$$r^2 = b_{yx} \cdot b_{xy} = (-0.6643) \cdot (-0.2332) = 0.1552 \Rightarrow r = \pm \sqrt{0.1552}$$

चूँकि दोनों प्रतिपमान गुणांक ऋणात्मक हैं, r का ऋणात्मक रूप लेना होता चाहिए इसलिए, r का मान -0.394 होना चाहिए।

(d) शीर्षकी (y) में सबसे संभावित अंक को प्राक्कलित करने के लिए $x = 30$ का मान लें, क्योंकि $x = 30$ लेंकर, शीर्षकी का अर्थशास्त्र (x) में अंक 30 है, इसलिए \bar{y} का प्रतिपमान का गुणांक b_{yx} का उपयोग करेंगे $y = 2$, शीर्षकी (x) का अर्थशास्त्र में अंक 30 लेंकर, शीर्षकी का अर्थशास्त्र में अंक 30 है।

$$y = -0.6643 \times 30 + 59.2576 = -19.929 + 59.2576 = 39.3286$$

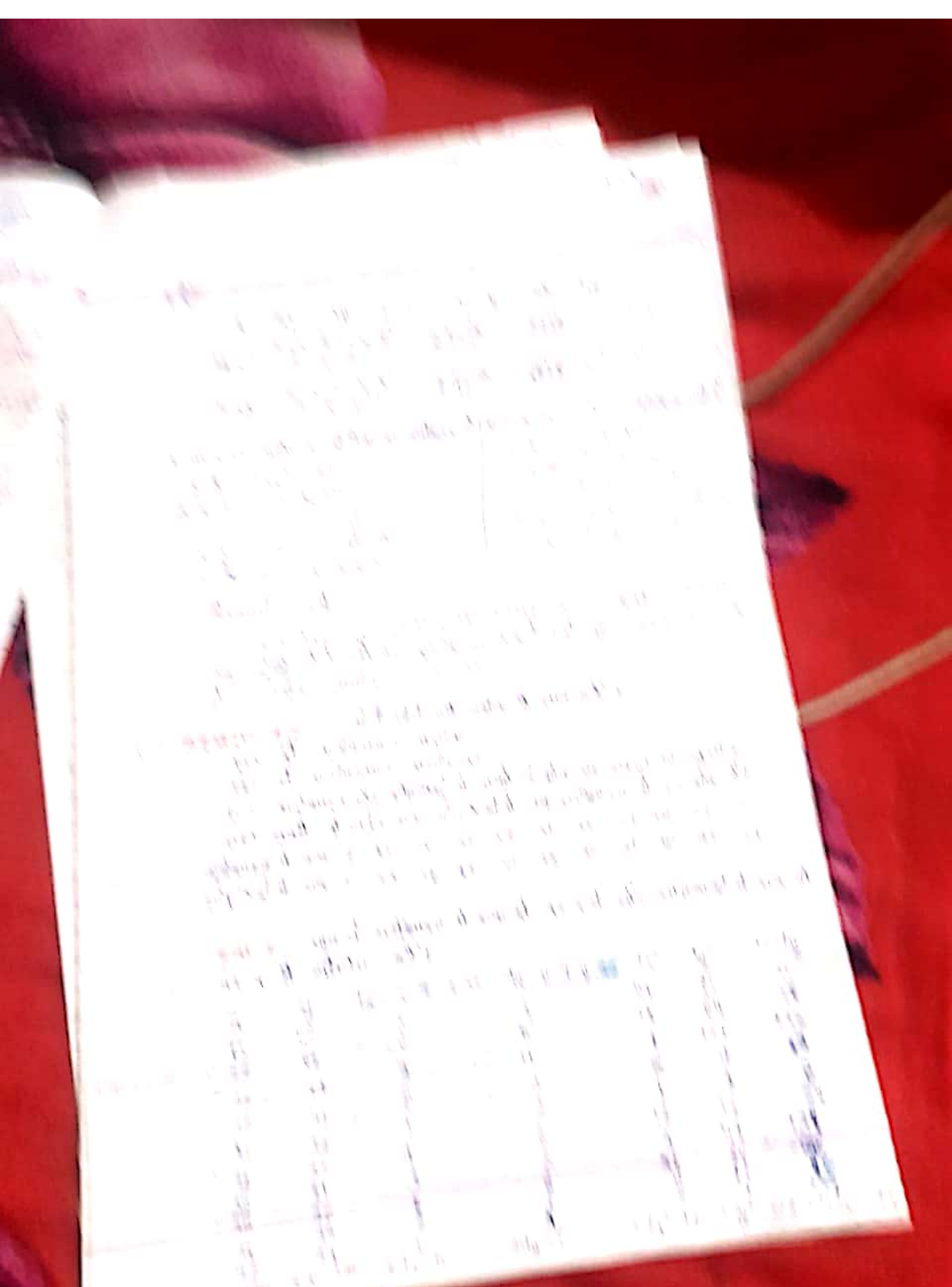
इसलिए, शीर्षकी में सबसे संभावित अंक है जब अर्थशास्त्र में अंक 30 है, $39.3286 \approx 39$

उदाहरण 9.3 : A और B

वर्ष	x	y
1	40	32
2	34	33
3	28	34
4	30	35
5	40	36
6	38	37
7	31	38

जब $x = 36$, $y = 39$ का अर्थशास्त्र, 39 है जब $x = 36$ का अर्थशास्त्र 39 का अर्थशास्त्र 39

$$b_{yx} = b_{xy}$$



The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records. It states that these records are essential for the proper management of the organization's resources and for ensuring that all activities are carried out in a timely and efficient manner.

The second part of the document outlines the various responsibilities of the staff members. It emphasizes that each individual must be held accountable for their actions and for the quality of their work. It also mentions that regular communication and collaboration are necessary for the organization to function effectively.

The third part of the document provides a detailed overview of the organization's current status. It includes information about the financial performance, the progress of ongoing projects, and the overall health of the organization. This section is particularly important as it provides a clear picture of where the organization stands and what steps need to be taken to address any challenges.

The final part of the document concludes with a series of recommendations and a call to action. It encourages all staff members to continue to work hard and to remain committed to the organization's mission and vision. It also suggests that regular reviews and updates to the document be conducted to ensure that it remains relevant and useful.