8.4.1 सहसंबंध गुणांक के गुण

गुण I. सह-संबंध गुणांक की सीमायें

पियरसन का सह-संबंध गुणांक संख्यात्मक रूप से 1 से अधिक नहीं हो सकता है। दूसरे शब्दों में यह -1 और +1 के बीच रहता है। संकेताक्षरों में

$$-1 \le r \le +1 \quad \text{-------} \quad (8.6)$$

टिप्पणियाँ 1. यह प्रमेय हमें अपने परिकलनों पर रोक लगाने ... अगर किसी प्रश्न में, r का प्राप्त मान ± सीमा से बाहर है, यह संकेत ... कि हमारे परिकलन में कुछ गलती है।

2. $r = +1$ का अर्थ है चरों के बीच पूर्ण धनात्मक सह-संबंध और $r = -1$ का अर्थ है दोनों चरों के बीच पूर्ण ऋणात्मक सहसंबंध है।

गुण II. सह-संबंध गुणांक मूल-बिन्दु और मापक्रम के परिवर्तन से स्वतंत्र है।

गणितीय रूप से, अगर x और y दिये गये चर हैं और वे नये चरों u और v में परिवर्तित हो जाते हैं मूलबिन्दु और मापक्रम के परिवर्तन से i.e.

$$u = \frac{x-A}{h} \quad \text{और} \quad v = \frac{y-B}{k}; \quad h>0,\ k>0 \quad \text{----} \quad (8.7)$$

जहाँ A, B, h और k नियतांक हैं, $h>0, k>0$; तब x और y के बीच सह-संबंध उतना ही है जितना u और v के बीच i.e.

$$r(x,y) = r(u,v) \Rightarrow r_{xy} = r_{uv} \quad \text{-----} \quad (8.8)$$

टिप्पणी :- यह सह-संबंध गुणांक का बहुत महत्वपूर्ण गुण है और r का संख्यात्मक गणना में बहुत सहायक है। हमने पहले ही बताया [देखें टिप्पणी 8.3] कि सूत्र (8.3) और (8.5) बहुत जटिल हो जाता है प्रयोग करने में संख्यात्मक प्रश्नों में यदि x और/या y भिन्न में है या अगर x और y विशाल (काफी बड़े) हो। ऐसी स्थिति में हमलोग सुविधापूर्वक मूल-बिन्दु और मापक्रम (अगर संभव हो) में परिवर्तन कर नया चर u और v प्राप्त करते हैं और u और v के बीच सह-संबंध की गणना निम्न सूत्र से

$$r_{uv} = \frac{\Sigma(u-\bar{u})(v-\bar{v})}{\sqrt{\Sigma(u-\bar{u})^2 \cdot \Sigma(v-\bar{v})^2}} = \frac{n\Sigma uv - (\Sigma u)(\Sigma v)}{\sqrt{[n\Sigma u^2-(\Sigma u)^2][n\Sigma v^2-(\Sigma v)^2]}} \quad \text{------} \quad (8.9)$$

अब गुण II का प्रयोग कर, हम अंत में पाते हैं:

$$r_{xy} = r_{uv}$$

गुण III. दो स्वतंत्र चर असह-संबंधित हैं जबकि इसका विपरीत यथार्थ नहीं है।

अगर x और y स्वतंत्र हैं तब $r_{xy} = 0$

$\Rightarrow$ स्वतंत्र चर असह-संबंधित हैं।

आयु समूह	मध्यमान (x)	y	$u=\frac{x-27.5}{5}$	$v=\frac{y-50}{5}$	u^2	v^2
15-20	17.5	75	-2	5	4	25
20-25	22.5	60	-1	2	1	4
25-30	27.5	50	0	0	0	0
30-35	32.5	50	1	0	1	0
35-40	37.5	45	2	-1	4	1
40-45	42.5	40	3	-2	9	4
			$\Sigma u=3$	$\Sigma v=4$	$\Sigma u^2=19$	$\Sigma v^2=34$

चूँकि सह-संबंध गुणांक मूल-बिन्दु और मापक्रम के परिवर्तन से [illegible] होता

$$r_{xy} = r_{uv} = \frac{n\Sigma uv - (\Sigma u)(\Sigma v)}{\sqrt{n\Sigma u^2 - (\Sigma u)^2}\sqrt{n\Sigma v^2 - (\Sigma v)^2}}$$

$$= \frac{6\times(-20) - 3\times 4}{\sqrt{[6\times 19 - (3)^2]}\sqrt{[6\times 34 - (4)^2]}} = \frac{-120-12}{\sqrt{(114-9)\times(204-16)}}$$

$$= \frac{-132}{\sqrt{105\times 118}} = \frac{-132}{\sqrt{19740}} = \frac{-132}{140.4991} = -0.$$

इसलिए, हमलोग निष्कर्ष निकालते हैं कि बहुत ऊँचे स[illegible] ऋणात्मक सह-संबंध है (करीब-करीब पूर्ण ऋणात्मक सह-संबंध) उम्र [illegible] खेलने की आदत (y) के बीच। इसका मतलब है कि उम्र बढ़ने के [illegible] लोगों में खेलने की ~~आदत~~ क्षमता में कमी होती जाती है और विक्षेप चित्र (x, y) [illegible] को ऐसे बिन्दु देती हैं जो संचालित हैं लगभग सरल रेखा पर जो [illegible] शीर्ष से शुरू होकर दाहिने निम्न तक जाती है।

उदाहरण 8.13. (i) सह-संबंध गुणांक की गणना X और Y के संगत मूल्यों के लिए निम्नलिखित तालिका के आधार पर करें:

X	2	4	5	6	8	11
Y	18	12	10	8	7	5

(ii) तालिका के प्रत्येक X के मूल्य को 2 से गुणा करें और 6 जोड़ें। प्रत्येक Y के मूल्य को 3 से गुणा करें और 15 घटाएँ। अब दो नये प्राप्त मूल्यों के सह-संबंध गुणांक प्राप्त करें। वर्णन करें कि क्यों पाते हैं या नहीं पाते हैं वही परिणाम जो (i) का है।

Contd. on next Page

हल :-

यहाँ $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{580}{10} = 58$; $\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{140}{10} = 14$

चूँकि $\bar{x}$ और $\bar{y}$ पूर्णांक हैं, सुविधाजनक होगा r की गणना माध्य से ही विचलन सीधे लेकर i.e.

$dx = x - \bar{x} = x - 58$; $dy = y - \bar{y} = y - 14$

फिर सूत्र (8.3a) का प्रयोग करें। (आगे हल करें।)

उदाहरण 8.12 : कार्ल पियरसन सह-संबंध गुणांक निकालें लोगों की उम्र और इनके खेलने की आदत के बीच निम्नलिखित सूचना से। यह भी बतायें कि आपका परिकलित r क्या द्योतित करता है।

उम्र समूह	लोगों की संख्या	खिलाड़ियों की संख्या
15 और 20 से कम	200	150
20 और 25 से कम	270	162
25 और 30 से कम	340	170
30 और 35 से कम	360	180
35 और 40 से कम	400	180
40 और 45 से कम	300	120

[दिल्ली वि० वि० बी० कॉम० (पास), 2002]

हल : हम कार्ल पियरसन का सह-संबंध गुणांक लोगों की उम्र और खेलने की आदत के बीच निकालना चाहते हैं। इसको निकालने के लिए, एक कॉमन आधार पर खिलाड़ियों की संख्या प्रत्येक उम्र समूह में अभिव्यक्त करते हैं i.e. हम खिलाड़ियों की संख्या एक निश्चित संख्या के लोगों में से निकालते हैं (एक कॉमन आधार) जो 100 या 1000 या कोई भी सुविधाजनक अंक लिया जा सकता है। यहाँ हम खिलाड़ियों की संख्या को कुल लोगों की उस उम्र समूह में संख्या के प्रतिशत में अभिव्यक्त करते हैं।

उम्र समूह वर्ष (1)	लोगों की संख्या (2)	खिलाड़ियों की संख्या (3)	खिलाड़ियों का प्रतिशत (4) = $\frac{(3)}{(2)} \times 100$
15-20	200	150	$\frac{150}{200} \times 100 = 75$
20-25	270	162	$\frac{162}{270} \times 100 = 60$
25-30	340	170	$\frac{170}{340} \times 100 = 50$
30-35	360	180	$\frac{180}{360} \times 100 = 50$
35-40	400	180	$\frac{180}{400} \times 100 = 45$
40-45	300	120	$\frac{120}{300} \times 100 = 40$

अब हम कार्ल-पियरसन का सह-संबंध गुणांक लोगों की उम्र (x) और उस उम्र समूह में खिलाड़ियों के प्रतिशत (y) की गणना करते हैं।

उदाहरण 8.11 कार्ल पियरसन का सह-संबंध गुणांक ज्ञात कीजिए निम्नलिखित 10 प्रतिष्ठानों के बिक्री और खर्चों के बीच

प्रतिष्ठान	1	2	3	4	5	6	7	8
बिक्री ('000 इकाइयाँ)	50	50	55	60	65	65	65	60
खर्च ('000 रुपये)	11	13	14	16	16	15	15	14

(हजार इकाइयों में)

हल: मान लें हम प्रतिष्ठान का बिक्री X से द्योतित होता है और खर्च ('000 रुपयों में) Y से। यह नोट किया जा सकता है कि हम X-श्रेणी से 5 सामान्य गुणक ले सकते हैं। इसलिए यह सुविधाजनक होगा कि X और Y के लिए मापक्रम व मूलबिंदु को भी परिवर्तित करें। 65 और 13 कल्पित माध्य लेकर, हम लें

$$u = (X-65)/5 \; ; \; V = Y-13$$

प्रतिष्ठान	x	y	$u=\frac{x-65}{5}$	$V = Y-13$	u^2	v^2	uv
1	50	11	-3	-2	9	4	6
2	50	13	-3	0	9	0	0
3	55	14	-2	1	4	1	-2
4	60	16	-1	3	1	9	-3
5	65	16	0	3	0	9	0
6	65	15	0	2	0	4	0
7	65	15	0	2	0	4	0
8	60	14	-1	1	1	1	-1
9	60	13	-1	0	1	0	0
10	50	13	-3	0	9	0	0
	$\Sigma x=580$	$\Sigma y=140$	$\Sigma u=-14$	$\Sigma v=10$	$\Sigma u^2=34$	$\Sigma v^2=32$	$\Sigma uv=0$

कार्ल-पियरसन का सह-संबंध गुणांक u और v के बीच दिया जाता है

$$r_{uv} = \frac{n\Sigma uv - (\Sigma u)(\Sigma v)}{[n\Sigma u^2 - (\Sigma u)^2][n\Sigma v^2 - (\Sigma v)^2]} = \frac{10\times 0 - (-14)\times 10}{[10\times 34 - (-14)^2][10\times 32 - (10)^2]}$$

$$= \frac{140}{(340-196)\times(320-100)} = \frac{140}{\sqrt{144\times 220}} = \frac{140}{\sqrt{31680}}$$

$$= \frac{140}{177.99} = 0.7866$$

चूँकि सह-संबंध गुणांक मूलबिन्दु और मापक्रम के परिवर्तन से स्वतंत्र है, इसलिए अंत में हमें

$$r_{XY} = r_{uv} = 0.7866$$

विपरीत :- हालाँकि प्रमेय का विपरीत यथार्थ नहीं है i.e. असह-संबंधित चर जरूरी नहीं कि स्वतंत्र हों। उदाहरण के लिए निम्नलिखित द्विचर वितरण का विचार करें:

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	$\Sigma x = 0$
y	16	9	4	1	1	4	9	16	$\Sigma y = 60$
xy	-64	-27	-8	-1	1	8	27	64	$\Sigma xy = 0$

$$\therefore \; r_{xy} = \frac{n\Sigma xy - (\Sigma x)(\Sigma y)}{\sqrt{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}\sqrt{n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2}} = \frac{8\times 0 - 0\times 60}{\sqrt{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}\sqrt{n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2}}$$
$$= 0$$

चूँकि शून्य को किसी परिमित (finite) संख्या से भाग देने पर शून्य आता है। इसलिए, उपर्युक्त उदाहरण में चर x और y असह-संबंधित हैं। परंतु जब हम आँकड़े की सतर्कता से परीक्षण करते हैं, हम पाते हैं कि x और y स्वतंत्र नहीं हैं परंतु जुड़े हैं संबंध से $y = x^2$. उपर्युक्त उदाहरण दृष्टांत है कि असहसंबंधित चरों को आवश्यक नहीं कि स्वतंत्र हों।

टिप्पणियाँ 1: किसी को असह-संबंधित और स्वतंत्रता शब्दों से संभ्रमित नहीं होना चाहिए। $r_{xy} = 0$ i.e. x और y चरों के बीच असह-संबंध का सरल अर्थ है उनके बीच रैखिक सह-संबंध का उनके बीच अभाव। वे, यद्यपि, किसी दूसरे रूप में (रैखिक से अलग) e.g. द्विघात रूप (Quadratic) (जैसा हम ऊपर के उदाहरण में देख चुके हैं), लघुगुणकीय या त्रिकोणमितीय रूप में।

Quadratic

2. सह-संबंध के कुछ और गुण आगे के अध्याय प्रतीपगमन विश्लेषण में दिये गये हैं।

गुण IV: $$r(aX+b, cY+d) = \frac{a\times c}{|a\times c|}\cdot r(X,Y)$$
जहाँ $|a\times c|$ मापांक मूल्य है।

टिप्पणी :- चूँकि सह-संबंध गुणांक मूलबिन्दु के परिवर्तन से स्वतंत्र है, हम पाते हैं:

$$r(aX+b, cY+d) = r(aX, cY) = \frac{a\times c}{|a\times c|}\cdot r(X,Y)$$

गुण V: अगर चर x और y रैखिक समीकरण $ax+by+c=0$ से संबंधित हैं, तब x और y के बीच सहसंबंध गुणांक (-1) है अगर a और b के चिन्ह भिन्न हैं और $(+1)$ है जब a और b के चिन्ह एक समान हैं।

संकेताक्षरों में, अगर $ax+by+c=0$, तब

$$r = r(x,y) = \begin{cases} +1, & \text{जब } a \text{ और } b \text{ विपरीत चिन्हों के हैं} \\ -1, & \text{जब } a \text{ और } b \text{ एक ही चिन्ह के हैं} \end{cases}$$

(common) ~~हैं~~ होना चाहिए। अगर कार्यवाहक बल ... ये एक दूसरे से स्वतंत्र हैं और किसी भी तरह संबन्धित नहीं हैं, तब अध्ययनाधीन ... बीच कोई सह-संबंध नहीं हो सकता है।

उदाहरण के लिए सह-संबंध निम्न के बीच :

(a) ~~एक कालावधि में~~ कैन्डाईयों की श्रेणी और व्यक्तियों की आय एक काल...

(b) विवाह दर की श्रेणी और एक कालावधि में (एक देश का) कृषि उत्पादन की दर

(c) जूते के आकार से संबंधित श्रेणी और व्यक्तियों के समूह की बुद्धि शून्य होनी चाहिए, चूँकि इनमें से प्रत्येक उपर्युक्त स्थिति में दो श्रेणियों पर प्रभाव डालने वाले बल एक दूसरे से बिल्कुल स्वतंत्र हैं।

यद्यपि, अगर उपर्युक्त स्थितियों में दिये गये समंक के समूह का मान शून्य नहीं है, तब इस तरह का सहसंबंध सांयोगिक सह... या ~~Spurious or non-Sense Correlation~~ (बनावटी या भ्रामक सह-संबंध) कहलाता है।

[§8.1.3 भी देखें]

8.4.3. r की व्याख्या :- निम्नलिखित सामान्य बिन्दुओं को ध्यान में चाहिये सह-संबंध गुणांक r के प्रेक्षित मूल्य की व्याख्या करते वक्त :

(i) $r = +1$ का अर्थ है चरों के बीच पूर्ण सह-संबंध है। दूसरे शब्दों में, विक्षेप चित्र सीधी रेखा होगी जो नीचे बायें से शुरू होकर दायें ऊपर तक जाये जैसा चित्र 8.1, §8.3 में दर्शायी गयी है।

(ii) $r = -1$ का अर्थ है पूर्ण ~~ऋ~~ चरों के बीच पूर्ण ऋणात्मक सह-संबंध इस स्थिति में भी विक्षेप चित्र फिर सीधी रेखा होगी जैसा चित्र 8.1, §8.3 में दर्शायी गई है।

(iii) अगर $r = 0$, चर असहसंबन्धित है। दूसरे शब्दों में, चरों के बीच कोई रैखिक (सीधी रेखा) संबंध नहीं है। यद्यपि, $r = 0$ का अर्थ यह नहीं है कि चर स्वतंत्र हैं [c.f. गुण III, पृ० सं० ...]

(iv) दूसरे मूल्य जो (अर्थात) +1 से -1 के बीच होते हैं उनकी व्याख्या की कोई निश्चित नियमावली नहीं है। अधिकतम भी हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि r का मान जितना करीब है ~~1~~ 1 के उतना अधिक चरों के बीच सह-संबंध है और r का मूल्य जितना शून्य के करीब है, उतना कम सह-संबंध चरों के बीच है। r का मूल्य की व्याख्या करने में हमें बहुत सतर्कता रखनी चाहिए क्योंकि ज्यादातर इसकी गलत व्याख्या कर दी जाती है।

(v) सह-संबंध गुणांक का भरोसा या मूल्य की सार्थकता कई कारकों पर निर्भर करता है। एक तरीका है r के सार्थकता परीक्षण से r का संभाव्य मूल्य ज्ञात करना [c.f. §8.5], जो r के मूल्य के अलावा प्रतिदर्श के आकार को भी ध्यान रखती है। एक गहन परीक्षण प्रतिदर्श सिद्धान्त में स्टूडेंट के t-परीक्षण से दिया ~~जाता~~ गया है। (अध्याय - 7)

Scanned with CamScanner

उदाहरण 8.16. (a) दो चरों x और y के बीच सह-संबंध गुणांक 0.4 पाया जाता है। 2x और -y के बीच क्या सह-संबंध है?

दिल्ली वि० वि० बी० ए० (अर्थशास्त्र ऑनर्स), 1997

(b) अगर दो चरों के बीच सह-संबंध गुणांक धनात्मक है, तब -x और -y के बीच भी सह-संबंध का गुणांक धनात्मक है" समीक्षा करें।

दिल्ली वि० वि० बी० ए० (अर्थशास्त्र, आनर्स), 1996

हल :- हमें दिया गया है कि : $r(x,y) = 0.4$ ---(i)

हम जानते हैं कि : $r(aX, cY) = \frac{a \times c}{|a| \times |c|} \cdot r(X,Y)$ ---(*)

(*) और (i) का प्रयोग कर, हम पाते हैं :

$$r(2x, -y) = r(2x, -1\cdot y) = \frac{2 \times -1}{|2| \times |-1|} r(x,y)$$

$$= \frac{-2 \times 0.4}{2 \times 1} = -0.4$$

(b) हमें दिया गया है : $r(x,y) > 0$ ---(ii)

(*) का प्रयोग कर, हम पाते हैं

$$r(-x, -y) = r(-1\cdot x, -1\cdot y) = \frac{(-1)\times(-1)}{|-1| \times |-1|} r(x,y) = r(x,y)$$

इसलिए, अगर $r(x,y)$ धनात्मक है, तब $r(-x,-y)$ भी धनात्मक है।

8.4.2. कार्ल-पियरसन के सह-सम्बन्ध की परिकल्पनायें :

पियरसन का सह-संबंध गुणांक r निम्नलिखित परिकल्पनाओं पर आधारित है :

(i) अध्ययनाधीन चर x और y रैखिक रूप से सम्बन्धित हैं ; दूसरे शब्दों में समंक का विक्षेप चित्र सरल रेखा एक प्रदान करेगी।

की प्रकृति

(ii) प्रत्येक चर (श्रेणी) बहुत प्रकार के स्वतंत्र योगदान करने वाले कारणों से ऐसे प्रभावित होती है कि वह प्रसामान्य वितरण प्रदान करती है : उदाहरण के लिए, उम्र, ऊँचाई, पूर्ति, कीमत इत्यादि से संबंधित चर इस परिकल्पना पर खड़े उतरते हैं। कार्ल पियरसन के शब्दों में :

"जटिल अवयवों (जो मापा जा सकता है) के आकार का निर्धारण कई प्रकार के स्वतंत्र योगदान करने वाले कारणों से होती है, उदाहरणस्वरूप, जलवायु पोषण, शारीरिक प्रशिक्षण और असंख्य दूसरे कारण जिन्हें व्यक्तिगत रूप से अवलोकित नहीं किया जा सकता या उनका प्रभाव मापा जा सकता है"

Physical training

कार्ल पियरसन आगे अवलोकित करते हैं, "योगदान करने वाले कारणों की के विचरणों की तीव्रता उनके निरपेक्ष कारणों की तुलना में कम होती है और यह विचरण वितरण का प्रसामान्य नियम की अनुगामी होती है।"

(iii) इस तरह से प्रत्येक चर श्रेणी पर कार्य करने वाले बल एक दूसरे से स्वतंत्र नहीं हैं परंतु कार्य-कारण के रूप में संबंधित हैं ; दूसरे शब्दों में, दो चर श्रेणियों पर के मदों पर कार्य करने वाले विभिन्न बलों

हल :— (i) सह-सम्बन्ध गुणांक की गणना

X	Y	$x-\bar{x}=x-6$	$Y-\bar{Y}=Y-10$	$(x-\bar{x})^2$	$(Y-\bar{Y})^2$	$(x-\bar{x})(Y-\bar{Y})$
2	18	−4	8	16	64	−32
4	12	−2	2	4	4	−4
5	10	−1	0	1	0	0
6	8	0	−2	0	4	0
8	7	2	−3	4	9	−6
11	5	5	−5	25	25	−25
$\Sigma x=36$	$\Sigma Y=60$	$\Sigma(x-\bar{x})=0$	$\Sigma(Y-\bar{Y})=0$	$\Sigma(x-\bar{x})^2=50$	$\Sigma(Y-\bar{Y})^2=106$	$\Sigma(x-\bar{x})(Y-\bar{Y})=-67$

यहाँ, $\bar{x}=\frac{1}{6}\Sigma x=\frac{36}{6}=6$ और $\bar{Y}=\frac{1}{6}\Sigma Y=\frac{60}{6}=10$

इसलिए x और Y के बीच सह-संबंध गुणांक दिया जाता है

$$r_{xy}=\frac{\Sigma(x-\bar{x})(Y-\bar{Y})}{\left[\Sigma(x-\bar{x})^2\,\Sigma(Y-\bar{Y})^2\right]^{1/2}}=\frac{-67}{\sqrt{50\times106}}=\frac{-67}{\sqrt{5300}}$$

$$=\frac{-67}{72.81}=-0.92$$

इसलिए चर x और Y काफी ऋणात्मक सह-संबंधित हैं।

(ii) हम लोग नये चर u और v को निम्न प्रकार से परिभाषित करें।

$$u=2x+6 \quad \text{और} \quad v=3Y-15$$

अब वांछित है कि नये मूल्यों के समुच्चय के बीच सह-सम्बन्ध गुणांक निकालें जैसा कि निम्नलिखित तालिका में दिया गया है।

सह-संबंध गुणांक की गणना u और v के लिए

x	Y	$u=2x+6$	$v=3Y-15$	u^2	v^2	uv
2	18	10	39	100	1521	390
4	12	14	21	196	441	294
5	10	16	15	256	225	240
6	8	18	9	324	81	162
8	7	22	6	484	36	132
11	5	28	0	784	0	0
कुल		$\Sigma u=108$	$\Sigma v=90$	$\Sigma u^2=2144$	$\Sigma v^2=2304$	$\Sigma uv=1218$

$$\therefore r_{uv}=\frac{n\Sigma uv-(\Sigma u)(\Sigma v)}{\sqrt{n\Sigma u^2-(\Sigma u)^2}\sqrt{n\Sigma v^2-(\Sigma v)^2}}=\frac{6\times1218-108\times90}{\sqrt{6\times2144-(108)^2}\sqrt{6\times2304-(90)^2}}$$

$$=\frac{7308-9720}{\sqrt{(12864-11664)(13824-8100)}}=\frac{-2412}{\sqrt{1200\times5724}}=\frac{-2412}{\sqrt{6868800}}$$

$$=\frac{-2412}{2620.8395}=-0.92$$

उदाहरण 8.14: अगर दो यादृच्छिक चरों x और y के बीच संबंध $2x+3y=4$, तब उनके बीच सह-संबंध गुणांक है

(i) $-2/3$ (ii) 1 (iii) -1, (iv) इनमें से कोई नहीं

[आई० सी० डब्लू० ए० (इन्टरमीडिएट), जून 2002]

हल: चूंकि x और y रैखिक संबंध से जुड़े हैं

$$2x+3y=4 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \quad ----(*)$$

x और y के बीच पूर्ण सह-संबंध है, i.e. $r=\pm 1$. आगे चूंकि (*) से जैसे-जैसे x बढ़ता है, y घटता है। इसलिए x और y के बीच पूर्ण ऋणात्मक सह-संबंध है।

$$\therefore r=-1 \Rightarrow \text{(iii) सही उत्तर है।}$$

Aliter:

अगर x और y जुड़े हैं रैखिक सम्बन्ध $ax+by+c=0$ से, तब

$$r = r(x,y) = \begin{cases} +1, & \text{अगर a और b के विपरीत चिन्ह हैं} \\ -1 & \text{अगर a और b के समान चिन्ह हैं} \end{cases}$$

हमें दिया गया है $2x+3y=4$, चूंकि $a=2$ और $b=3$, का समान चिन्ह है,

$$r = r(x,y) = -1$$

उदाहरण 8.15: एक द्विचर समंक के लिए $[(x,y)] = [(20,5),(21,4),(22,3)]$, x और y के बीच सह-संबंध गुणांक है:

(i) 0, (ii) 1, (iii) -1, (iv) 0.5

[आई० सी० डब्लू० ए० (इन्टरमीडिएट), जून 2002]

हल:- दिये गये समंक के लिए, हम अवलोकन करते हैं कि

$20+5=25$, $21+4=25$ और $22+3=25$

इसलिए, x और y रैखिक संबंध से जुड़े हैं: $(x+y)=25$ ----(*)

x और y के बीच पूर्ण सह-संबंध है $\Rightarrow r=\pm 1$ ----(**)

(*) से हम पाते हैं $y=25-x$

∴ जैसे-जैसे x बढ़ता है, y घटता है (समान परिमाण से)

$\Rightarrow$ x और y ऋणात्मक रूप से सह-संबंधित हैं ----(***)

(**) और (***) से, हम निष्कर्ष निकालते हैं कि

$$r = r(x,y) = -1$$

Aliter:

हम $r(x,y)$ के मूल्य की गणना दिये गये समंक से सूत्र का प्रयोग कर निकाल सकते हैं। यह एक प्रश्न के रूप में पढ़ने वाले के लिए छोड़ा गया है।